

---

# Devoir maison n°4 pour le vendredi 24 novembre 2023

---

*La copie doit être convenablement présentée et rédigée.  
Les réponses doivent être justifiées.  
Chaque question doit être traitée avec un souci de rigueur et de clarté.  
Les résultats essentiels seront encadrés.*

## Partie A : Bijection réciproque du sinus hyperbolique

1. Montrer que  $\text{sh}$  réalise une bijection. On précisera bien les ensembles de départ et d'arrivée.
2. Donner sans démonstration le tableau de variation de la bijection réciproque  $\text{sh}^{-1}$ .
3. Tracer sur le même graphique la courbe de  $\text{sh}$  et celle de  $\text{sh}^{-1}$ .
4. Déterminer l'ensemble de dérivabilité de  $\text{sh}^{-1}$  puis calculer  $(\text{sh}^{-1})'$ .
5. Trouver une expression explicite de  $\text{sh}^{-1}$  à l'aide de la fonction  $\ln$ .
6. Retrouver l'expression de  $(\text{sh}^{-1})'$  en dérivant celle obtenue pour  $\text{sh}^{-1}$ .

*La bijection réciproque de  $\text{sh}$  est communément notée  $\text{Argsh}$  i.e.  $\text{sh}^{-1} = \text{Argsh}$ .*

## Partie B : Tangente hyperbolique et sa bijection réciproque

On définit la fonction tangente hyperbolique (notée  $\text{th}$ ) comme le quotient de sinus hyperbolique sur cosinus hyperbolique c'est-à-dire

$$\text{th} = \frac{\text{sh}}{\text{ch}}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $\text{th}$  et montrer que  $\text{th}$  est impaire.
2. Déterminer l'ensemble de dérivabilité de  $\text{th}$  puis calculer  $\text{th}'$  en fonction de  $\text{ch}$ .
3. Dresser le tableau de variation complet de  $\text{th}$ .
4. Montrer que  $\text{th}$  réalise une bijection. On précisera bien les ensembles de départ et d'arrivée.
5. Donner sans démonstration le tableau de variation de la bijection réciproque  $\text{th}^{-1}$ .
6. Tracer sur le même graphique la courbe de  $\text{th}$  et celle de  $\text{th}^{-1}$ .
7. Déterminer l'ensemble de dérivabilité de  $\text{th}^{-1}$  puis calculer  $(\text{th}^{-1})'$ .
8. Trouver une expression explicite de  $\text{th}^{-1}$  à l'aide de la fonction  $\ln$ .
9. Retrouver l'expression de  $(\text{th}^{-1})'$  en dérivant celle obtenue pour  $\text{th}^{-1}$ .

*La bijection réciproque de  $\text{th}$  est communément notée  $\text{Argth}$  i.e.  $\text{th}^{-1} = \text{Argth}$ .*